Lycée Pilote Monastir

2^{éme}Sc_{5 et 9}

Vendredi 20-10-2023

Durée: 1heure

Exercice 1 (5 points)

1)Résoudre dans R les équations suivantes

$$a)x^2 - 4x + 3 = 0$$

a)
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
 b) $(x^2 - 4x + 3)^2 - 4(x^2 - 4x + 3) + 3 = 0$

2) Résoudre dans IR les équations suivantes

a)
$$\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$$

a)
$$\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$$
 b) $2x + (2 - \sqrt{5})\sqrt{x} - \sqrt{5} = 0$

Exercice 2 (5 points)

Soit dans IR l'équation (E) : $x^2 - x - 3 = 0$

1)Sans calculer le discriminant montrer que (E) admet deux racines distincts α et β

2) Sans calculer α et β répondre aux trois questions indépendantes.

a)Calculer
$$\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2 - \beta^2$$

b)Montrer que $\alpha \geq -3$

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x^2 + \alpha + 3} = |\alpha|$

Exercice 3 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{\iota}, \vec{j})$

On considère les points A(-1; 3), B(-1; -1) et C(2; -2)

1)a) Vérifier que O est le centre de gravité du triangle ABC

b) Montrer que OBC est un triangle rectangle en O.

2) Déterminer les coordonnées de O dans le repère $(A, \overline{AB}, \overline{AC})$

3) Soit le point D définie par $3\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$

Montrer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

4)a) Déterminer les coordonnées du point E intersection de deux droites (OB) et (AC)

b) Déterminer alors l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$3\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

Exercice 4 (3 points)

Soit n entier naturel non nul

1)Montrer que
$$\frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{(n+2)} = \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$$

2)Soit A(n) =
$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

a l'aide 1) Montrer que

$$A(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1}$$

